Հավանականության տեսություն

ԻԿՄ, I կուրս

1. Ապացուցել պատահույթների հավասարությունը.

ա) $A \cap (A \cup B) = A$

բ) $A \cup (A \cap B) = A$

գ) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

դ) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

ե) $A \backslash (A \backslash B) = A \cap B$

զ) $(A \backslash B) \cup (B \backslash A) = (A \cup B) \backslash (A \cap B)$

է) $\overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3} = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3}$:

Հավանականության դասական սահմանում

2. Խմբում կա 12 ուսանող, որոնցից 8-ը գերազանցիկ են: Գտնել պատահականորեն ընտրված 5 ուսանողներից 3-ի գերազանցիկ լինելու հավանականությունը:
3. 15 դետալներից 7-ը ներկված են: Գտեք պատահականորեն ընտրված 6 դետալներից 3-ի ներկված լինելու հավանականությունը:
4. 20 դետալների խմբաքանակում 9 հատը միօրինակ է: Պատահականորեն ընտրված է 10 դետալ: Գտնել հավանականությունը, որ ընտրված դետալների մեջ ճիշտ 6-ը միօրինակ է:
5. 30 ուսանողներից 10 գիտի Python ծրագրավորման լեզուն: Որքա՞ն է հավանականությունը, որ պատահականորեն ընտրված 3 ուսանողներից Python գիտեն ա) երկուսը բ) մեկը, գ) ոչ ոք:
6. 8 կառավարիչներից և 2 հաշվապահներից հարկավոր է պատահական ձևով կազմել 4 հոգանոց հանձնաժողով: Գտնել հանձնաժողովը՝

   ա) միայն կառավարիչներով համալրելու հավանականությունը:

   բ) 3 կառավարիչ և 1 հաշվապահով համալրելու հավանականությունը:
7. Խաղարկվում է վիճակախաղի 1000 տոմս, որոնցից 30-ը շահող է: Որքա՞ն է շահելու հավանականությունը 7 տոմս գնողի դեպքում (գոնե 1 տոմս շահելը կդիտարկվի շահում):

8. Արկղում կա 100 դետալ, որոնցից 5-ը բարձր որակի է, մնացածը՝ միջին: Ստուգման համար վերցվել է 10 դետալ: Գտնել

ա) դրանցից 2 բարձր որակի լինելու հավանականությունը;

բ) բոլորի միջին որակի լինելու հավանականությունը;

գ) գոնե մեկը բարձր որակի լինելու հավանականությունը:

9. Արկղը պարունակում է 15 դետալ, որոնցից 10-ը ներկված են: Բանվորը պատահական վերցնում է նրանցից 4-ը: Գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունը.

ա) Դետալներից երկուսը ներկված են, երկուսը՝ ոչ;

բ) Դետալներից գոնե մեկը ներկված է;

գ) Ներկված դետալները երկուսից շատ են:

10. Դետալը 0.01 հավանականությամբ ունի ՛՛Ա՛՛ առավելությունը, 0.02 հավանականությամբ ունի ՛՛Բ՛՛ առավելությունը և 0.005 հավանականությամբ այդ երկու առավելությունները միաժամանակ: Գտնել դետալի գոնե մեկ առավելություն ունենալու հավանականությունը:

11. Հեռախոսի գրված 251-… համարում վերջին երեք թվանշանները ջնջվել են: Ենթադրելով, որ ջնջված թվանշանների բոլոր համակցությունները հավասարահավանական են, գտնել հետևյալ պատահույթների հավանականությունները.

ա) ջնջված թվանշանները 1, 2, 3 չեն և իրարից տարբեր են;

բ) ջնջվել է միևնույն թվանշանը;

գ) ջնջված թվանշաններից երկուսը համընկնում են;

դ) ջնջված թվանշանները 1, 2, 3 չեն, ընդ որում վերջին նիշը 3-ին բազմապատիկ է /առանց մնացորդի բաժանվում է 3/ , ընդ որում զույգ թիվ է:

12. Ինը հարկանի շենքի առաջին հարկում 4 հոգի մտան վերելակ, որոնցից յուրաքանչյուրը մյուսներից անկախ կարող է դուս գալ ցանկացած հարկում՝ սկսած երկրորդ հարկից: Որքան է հավանականությունը, որ բոլորը դուրս կգան ա) 6-րդ հարկում, բ) միևնույն հարկում գ) տարբեր հարկերում:

13. Ութ հարկանի շենքի առաջին հարկում 6 հոգի միաժամանակ նստում են վերելակ, և նրանցից յուրաքանչյուրը մյուսներից անկախ կարող է իջնել երկրորդից ութերորդ հարկերում: Գտնել հավանականությունը, որ նրանք դուրս կգան վերելակից տարբեր հարկերում:

14. Նիստի ժամանակ 10 հոգի կամայականորեն պետք է նստեն կլոր սեղանի շուրջ: Գտնել հավանականությունը, որ "A" և "B" բաժինների վարիչները կնստեն իրար կողք:

15. Կլոր սեղանի շուրջ նստած են 5 տղամարդ և 5 կին: Գտնել հավանականությունը, որ նույն սեռի երկու մարդիկ չեն նստի կողք կողքի:

16. Միաժամանակ նետվում է երկու զառ: Գտնել հավանականությունը, որ զառերի վրա բացված թվերի գումարը փոքր է 5-ից:

17. **Ա, Գ, Ու, Ր, Ե, Ն, Ի** տառերը գրված են 7 տարբեր բացիկների վրա: Աշակերտը պատահական ձևով վերցնում է ա) 4 բացիկ, բ) 7 բացիկ, և դասավորում մեկը մյուսից հետո: Որքա՞ն է հավանականությունը, որ կստացվի հետևյալ բառը՝

ա) ԱՐԵԳ բ) ԱՐԵԳՈՒՆԻ

18. Տասը քարտերի վրա գրված են **ու, ա, դ, ա, դ, թ, յ, ու, ն, խ,** տառերից մեկական: Քարտերը պատահականորեն դասավորում են ձախից աջ: գտնել հավանականությունը, որ կկարդացվի «խաղաղություն»:

19. 1, 2, 3, 4, 5 թվերը գրված են 5 քարտերի վրա: Պատահականորեն հանում են երեք քարտ և հանված թվերը դասավորում են ձախից աջ: Ինչպիսի՞ն է ստացված եռանիշ թվի

ա) զույգ լինելու հավանականությունը;

բ) կենտ լինելու հավանականությունը:

20. Ինչպիսի՞ հավանականությամբ պատահականորեն վերցված ավտոմեքենայի քառանիշ համարի՝

ա) բոլոր թվերը կլինեն տարբեր;

բ) թվերից միայն երկուսը կհամընկնեն;

գ) թվերից միայն երեքը կհամընկնեն;

դ) բոլոր թվերը կհամընկնեն:

21. Աշակերտը մոռացել է իր դասընկերոջ հեռախոսահամարի վերջին երեք նիշերը: Նա հիշում է միայն, որ դրանք 0, 7, 9 չեն և իրարից տարբեր են: Որքա՞ն է հավանականությունը, որ առաջին փորձարկման դեպքում աշակերտը չի սխալվի:

22. Երեք սպիտակ և 5 սև գնդակ պարունակող սափորից հանում են բոլոր գնդակները բացի մեկից: Գտնել հավանականությունը, որ սափորում մնացածը սպիտակ գնդակն է:

23. Ութ գրքեր, որոնցից 3-ը Զորյանի հատորներն են դասավորում են գրադարակում: Գտնել հավանականությունը, որը Զորյանի հատորները կշարվեն կողք կողքի:

24. Խմբի ուսանողներից 8-ը տղա են 2-ը՝ աղջիկ: Նրանք պատահական ձևով շարք են կազմում: Գտնել հավանականությունը, որ 2 աղջիկների միջև կկանգնեն ա) 2 տղա, բ) 3 տղա:

25. Խմբի ուսանողներից 8-ը տղա են 2-ը՝ աղջիկ: Նրանք պատահական ձևով նստում են կլոր սեղանի շուրջ: Գտնել հավանականությունը, որ 2 աղջիկների միջև կնստեն ա) 2 տղա, բ) 3 տղա գ) աղջիկները կնստեն կողք կողքի:

26. Նետված են երկու զառ: Գտնել հավանականությունը, որ նրանց վրա բացված միավորների

ա) արտադրյալը 5 է;

բ) արտադրյալը 4 է, իսկ գումարը՝ 5:

Հավանականության երկրաչափական սահմանում

27. $[0;1]$ հատվածի վրա պատահականորեն նետված է կետ: Գտնել կետի $[0.4;0.7]$ հատվածում ընկնելու հավանականությունը:

28. (-3; 3) միջակայքից պատահականորեն վերցված է a իրական թիվը: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ $x^2+(a-2)x+a+1=0$ հավասարումը կունենա երկու տարբեր դրական արմատ: *Յուցում՝ Վիետի թեորեմ:*

29. (-5; 5) միջակայքից պատահականորեն վերցված է a իրական թիվը: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ $x^2 - ax + 5a + 11 = 0$ հավասարումը կունենա երկու տարբեր բացասական արմատ: *Յուցում՝ Վիետի թեորեմ:*

30. (-2; 0) միջակայքից պատահականորեն վերցված է a իրական թիվը: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ $ax^2 + 5ax - 4 < 0$ անհավասարումը ճիշտ կլինի x-ի կամայական իրական արժեքի դեպքում:

31. a իրական թիվը ընտրված է $\left[\frac{1}{5};\frac{4}{3}\right]$ բազմությունից: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ $\left|x^2 - 3|x| + 2\right| = \frac{2}{3}a$ հավասարումը կունենա չորս հատ արմատ:

32. Թվային առանցքի l երկարությամբ OA հատվածի վրա պատահականորեն դրվում են երկու կետ C(y) և B(x), ընդ որում $y \geq x$: Գտնել BC հատվածի $l/2$ -ից փոքր լինելու հավանականությունը:

33. L երկարությամբ AB հատվածի վրա պատահականորեն դրված են M և N կետերը: Գտնել հավանականությունը, որ MN հատվածի երկարությունը կլինի փոքր L/2 –ից:

34. Թվային առանցքի l երկարությամբ OA հատվածի վրա պատահականորեն դրվում են երկու կետ C(y) և B(x): Գտնել հավանականությունը, որ ստացված 3 հատվածներից կարելի է կառուցել եռանկյուն:

35. R շառավղով շրջանագծի վրա պատահականորեն դրվում են A, B և C կետերը: Գտնել ABC եռանկյան սուրանկյուն լինելու հավանականությունը:

36. Հարթության վրա գծված են երկու համակենտրոն շրջանագծեր, որոնց շառավիղները համապատասխանաբար 5սմ և 10 սմ են: Գտնել հավանականությունը, որ մեծ շրջանի մեջ պատահականորեն նետված կետը կգտնվի շրջանագծերով կազմված օղակի ներսում:

37. $[0;2]$ հատվածից պատահականորեն վերցված են x և y թվերը: Գտնել հավանականությունը, որ այդ թվերը կբավարարեն հետևյալ անհավասարություններին՝ $\frac{x^2}{4} \leq y \leq x$:

38. $[0;5]$ հատվածից պատահականորեն վերցված են x և y թվերը: Գտնել հավանականությունը, որ այդ թվերը կբավարարեն հետևյալ անհավասարությանը՝ $xy \geq 2$:

39. Երկու ուսանող պայմանավորվել են հանդիպել որոշակի վայրում ժամը 12:00-ից 13:00-ը ընկած ժամանակահատվածում: Առաջին եկողը սպասում է 15 րոպե, որից հետո հեռանում է: Գտնել հավանականությունը, որ հանդիպումը կկայանա, եթե յուրաքանչյուրը պատահական է ընտրում իր գալու պահը /ակնթարթը/:

40. Երկու բեռնատար ավտոմեքենա մոտենում են պահեստ բեռնաթափման համար 19:00-ից 20:30 ժամանակահատվածում: Գտնել հավանականությունը, որ նրանցից մեկը կսպասի մինչև մյուսը բեռնաթափվի, (յուրաքանչյուրը պատահական է ընտրում իր մոտենալու պահը) եթե առաջինի բեռնաթափման տևողությունը 10 րոպե է, իսկ երկրորդինը՝ 15 րոպե:

41. Երկու նավ պետք է մոտենան միևնույն կառանատեղին: Այդ նավերի՝ նավահանգստին հասնելու պահերը տվյալ **օրվա** ընթացքում իրարից անկախ են և հավասարահնարավոր: Հայտնի է, որ առաջին նավի կանգառում կառանատեղումը տևում է 1 ժամ, իսկ երկրորդինը՝ 2 ժամ: Գտնել նավերից մեկի՝ կառանատեղի ազատմանը ստիպված սպասելու հավանականությունը:

42. Գտնել հավանականությունը, որ $x^2 + 2ax + b = 0$ հավասարման արմատները իրական թվեր են, եթե a և b գործակիցների արժեքները հավասարահնարավոր են $|a| \leq n, |b| \leq m$ ուղղանկյան մեջ:

Լրացուցիչ խնդիրներ:

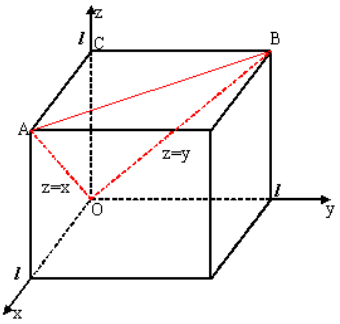
43. **Բուֆոնի խնդիր:** Հարթությունը բաժանված է մասերի միմյանցից 2a հեռավորության վրա գտնվող զուգահեռ ուղիղներով: Հարթության վրա պատահականորեն նետում են 2e (e<a) երկարությամբ ասեղ: Գտնել հավանականությունը, որ ասեղը չի հատի որևէ ուղիղ:

44. Պատահականորեն վերցված երեք հատվածները չեն գերազանցում *l*-ը: գտնել այդ երեք հատվածներից եռանկյուն կառուցելու հավանականությունը:

Լուծում.

$G= \{(x, y,z): 0<=x<=l; 0<=y<=l; 0<=z<=l\}$

$T=\{(x,y,z): 0<=x<=l; 0<=y<=l; 0<=z<=l; x+y>z; x+z>y; y+z>x\}$



ABO մակերևույթի հավասարումը՝ $z=x+y$-ն է, հետևաբար $z>=x+y$-ը անհավասարման լուծումը (տրված բազմության վրա) ABCO քառանիստն է, որի ծավալը հավասար կլինի՝ $l^3/6$: Հետևաբար $V(T)=l^3 -3\cdot l^3/6= l^3/2$, այսպիսով որոնելի հավանականությունը կլինի $V(T)/V(G)=1/2=0.5$:

Պատահույթների անկախություն, լրիվ հավանականության, Բայեսի, Բեռնուլիի բանաձևեր

45. Էլեկտրական շղթայի խզումը կարող է տեղի ունենալ կամ Ա տարրի, կամ $Ա_1$ և $Ա_2$ տարրերի խափանման հետևանով: Ա, $Ա_1$ և $Ա_2$ տարրերը խափանվում եմ միմյանցից անկախ համապատասխանաբար 0.3, 0.2 և 0.2 հավանականություններով: Գտնել էլեկտրական շղթայի խզման հավանականությունը:

46. Առաջին արկղում դետալների 30% բարձր որակի է, իսկ երկրորդ արկղում՝ 40%-ը: Յուրաքանչյուր արկղից հանում են մեկական դետալ: Գտնել հավանականությունը, որ

ա) երկուսն էլ բարձր որակի են;

բ) մեկն է բարձր որակի;

գ) գոնե մեկը բարձր որակի է:

47. Սափորից, որը պարունակում է 10 սպիտակ և 6 սև գնդակներ, հաջորդաբար հանում են 7 գնդակ, ընդ որում ամեն անգամ գնդակը հանելուց հետո կրկին վերադարձվում է սափորի մեջ: Գտնել հավանականությունը հանված 7 գնդակներից

ա) սև են առաջինը, չորրորդ և վեցերորդ գնդակները;

բ) երեք գնդակները սև են;

գ) գոնե մեկն է սև;

դ) գոնե վեցն է սև:

48. Սափորից, որը պարունակում է 10 սպիտակ և 6 սև գնդակներ, հաջորդաբար հանում են 7 գնդակ, ընդ որում հանված գնդակը հետ չի վերադարձվում սափորի մեջ: Գտնել հավանականությունը հանված 7 գնդակներից

ա) սև են առաջինը, չորրորդ և վեցերորդ գնդակները;

բ) երեք գնդակները սև են;

գ) երկուսը սև են:

49. Արկղերից մեկում կա 12 էլեկտրալամպ, որոնցից 4-ը՝ անորակ է, իսկ մյուսում՝ 15 էլեկտրալամպ, որոնցից 3-ն է անորակ: Յուրաքանչյուր արկղից հանում են մեկական էլեկտրալամպ: Գտնել հավանականությունը, որ

ա) երկու լամպն էլ անորակ են;

բ) մեկն է անորակ:

50. Երկու հրաձիգ կրակում են նշանակետին: Մեկ կրակոցով նշանակետին դիպչելու հավանականությունը առաջին հրաձիգի համար 0.6 է, իսկ երկրորդի համար՝ 0.9: Գտնել հավանականությունը, որ մեկ համազարկի դեպքում նշանակետին կդիպչի հրաձիգներից միայն մեկը:

51. Կազմակերպությունում երկու աշխատակից տնօրենին առաջարկում են երկու տարբեր ռացիոնալ առաջարկներ նույն հարցի լուծման համար: Տնօրենը, երկմտելով որոշումների մեջ, առաջարկում է, որ նրանք հերթով նետեն մետաղադրամ, և ինքը կընդունի այն աշխատակցի առաջարկը, ում

մոտ առաջինը կբացվի զինանշան: Արդյո՞ք առաջինը նետողի հնարավորություններն ավելի մեծ են:

Լուծում.

Առաջին նետողի առաջին փորձից հաղթելու հավանականությունը 0.5 է:

Առաջինի երկրորդ փորձից հաղթելու հավանականությունը 0.5*0.5*0.5=0.125 է: Այսինքն՝ առաջինի առաջին նետումից բացվել է թիվ, որի հավանականությունը նույնպես 0.5 է: Երկրորդի առաջին նետման ժամանակ էլ է բացվել թիվ, այլապես երկրորդը կհաղթեր: Հետևաբար առաջինի երկրորդ փորձից հաղթելու հավանականությունը կլինի վերը նշված 0.125 ը:

Համանման ձևով կստացվի, որ առաջինի երրորդ փորձից հաղթելու հավանականությունը 0.5*0.5*0.5*0.5*0.5=0.03125, և այդպես շարունակ:

Դիցուք P-ն առաջինը նետողի շահելու հավանականությունն է, հետևաբար $(1-P)$-ն էլ կլինի երկրորդը նետողինը: Այսպիսով՝

$$P=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{32}+...=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{2}{3}:$$

Այսինքն՝ առաջինը նետողի հաղթելու հավանականությունը 2 անգամ մեծ է:

52. Ուսանողը քննական 50 հարցերից գիտի 30:

ա/ Գտնել հավանականությունը, որ նա ճիշտ կպատասխանի քննողի կողմից հերթականորեն առաջարկած 4 հարցերին:

բ/ Գտնել հավանականությունը, որ նա ճիշտ կպատասխանի քննողի կողմից հերթականորեն առաջարկած 3 հարցերից առաջինին և երրորդին:

53. I սափորը պարունակում է 6 սպիտակ 4 սև, իսկ II-ը՝ 5 սպիտակ, 3 սև գնդակներ: I սափորից պատահականորեն 2 գնդակ գցում են II սափորի մեջ և այնտեղից պատահական հանում են 1 գնդակ: Գտնել հանված վերջին գնդակի սպիտակ լինելու հավանականությունը:

54. 100 անհայտ գույնի գնդակ պարունակող սափորի մեջ գցում են 1 սպիտակ գնդակ և պատահականորեն հանում են մեկը: Գտնել հանված գնդակի

սպիտակ լինելու հավանականությունը, եթե սպիտակ գնդակների սկզբնական քանակության վերաբերյալ բոլոր հնարավոր ենթադրությունները հավասարահնարավոր են:

55. Նախորդ տարի բանկի վարկառու հաճախորդների 80%-ը կատարել է իր պարտավորությունները, իսկ 20%-ը՝ ոչ: Վարկային պարտավորությունները կատարողների 90%–ն ունեցել է լավ վարկային պատմություն, իսկ չկատարողների 85%–ն է ունեցել լավ վարկային պատմություն: Վարկի համար բանկ դիմած հաճախորդն ունի լավ վարկային պատմություն: Գնահատել հավանականությունը, որ նա կկատարի իր վարկային պարտավորությունը:

56. Արտադրված կոշիկի 60% -ը կարել է I վարպետը, 25%-ը՝ II վարպետը, 15%-ը՝ III վարպետը: Վարպետների արտադրանքի խոտանը կազմում է համապատասխանաբար 5%, 10% և 18%: Պատահական գնված մեկ զույգ կոշիկը պարզվել է, որ խոտան է: Ո՞րն է ավելի հավանական, ո՞ր վարպետն էր կարել այն:

57. Մի սափորում կա 10 սպիտակ և 6 սև գնդակ, մյուսում՝ 7 սպիտակ և 9 սև գնդակ: Պատահական ընտրված սափորից հանում են 2 գնդակ: Գտնել հավանականությունը, որ երկուսն էլ սպիտակ են:

58. Հեղյուս արտադրող գործարանի A, B, C հաստոցները արտադրում են ամբողջ արտադրանքի համապատասխանաբար 25%-ը; 35%-ը; 40%-ը: Նրանց արտադրանքի խոտանը կազմում է 5%; 4% և 2 %: Պատահական վերցված հեղյուսը խոտանված է: Ինչպիսի՞ հավանականությամբ այն արտադրված է A հաստոցի վրա:

59. Ունենք երեք միատեսակ սափոր, որոնցից առաջինում կա 1 սպիտակ, 4 սև գնդակ, երկրորդում՝ 3 սպիտակ, 2 սև գնդակ, երրորդում՝ միայն սպիտակ գնդակներ: Պատահական ընտրված սափորից հանում են մեկ գնդակ: Գտնել հավանականությունը, որ այն սպիտակ է:

60. Ունենք 3 սափոր, որոնցից յուրաքանչյուրում կա 2 սպիտակ և 3 սև գնդակ, իսկ ևս 2 սափոր, որոնցից յուրաքանչյուրում կա 3 սպիտակ և 1 սև գնդակ: Պատահական ընտրված սափորից հանել են մեկ գնդակ, որը

սպիտակ է լինում: Գտնել հավանականությունը, որ այդ գնդակը հանվել է այն 3 սև գնդակ ունեցող սափորներից որևէ մեկից:

61. Երկաթուղային կայարանում կա 3 տոմսարկղ: Հավանականությունը, որ ուղևորը տոմս կցանկանա գնել առաջին տոմսարկղից, հավասար է 1/2, երկրորդից՝ 1/3, երրորդից՝ 1/6: Հավանականությունը, որ առաջին, երկրորդ և երրորդ տոմսարկղերում տոմսեր չեն լինի, համապատասխանաբար հավասար է 1/5-ի, 1/6-ի և 1/8: Ուղևորը մոտեցավ տոմսարկղերից մեկին և գնեց տոմս: Գտնել հավանականությունը, որ նա մոտեցել է առաջին տոմսարկղին

62. **Սմբատ Գոգյան**: Հայտնի է, որ բնակչության 0.5% հիվանդ է, իսկ թեստը 98%ով տալիս է ճիշտ ախտորոշում (հիվանդին ասում է հիվանդ է, իսկ առողջին՝ առողջ):
Կոնկրետ քաղաքացուն ստուգեցին և թեստի պատասխանը դրական էր: Հավանականությունը, որ նա իսկապես հիվանդ է, կազմում է 19.76%, այսինքն 5 դեպքից միայն մեկում է իսկապես հիվանդ:

Քաղաքացուն երկու անգամ ստուգեցին և երկու անգամն էլ թեստի արդյունքը դրական էր: Այս դեպքում հավանականությունը, որ նա իսկապես հիվանդ է, կազմում է 92% (համարում ենք, որ թեստի սխալվելու հավանականությունը կապ չունի կոնկրետ քաղաքացու օրգանիզմի յուրահատկության հետ):

Լուծում.

$$P(\text{հիվանդ} \mid \text{դրական}) = \frac{P(\text{դրական} \mid \text{հիվանդ}) \cdot P(\text{հիվանդ})}{P(\text{դրական} \mid \text{հիվանդ}) \cdot P(\text{հիվանդ}) + P(\text{դրական} \mid \text{առողջ}) \cdot P(\text{առողջ})} =$$

$$= \frac{0.98 \cdot 0.005}{0.98 \cdot 0.005 + 0.02 \cdot 0.995} = \frac{49}{49 + 199} \approx 0.197$$

$$P(\text{հիվանդ} \mid 2\ \text{դրական}) = \frac{P(2\ \text{դրական} \mid \text{հիվանդ}) \cdot P(\text{հիվանդ})}{P(2\ \text{դրական} \mid \text{հիվանդ}) \cdot P(\text{հիվանդ}) + P(2\ \text{դրական} \mid \text{առողջ}) \cdot P(\text{առողջ})} =$$

$$= \frac{0.98^2 \cdot 0.005}{0.98^2 \cdot 0.005 + 0.02^2 \cdot 0.995} = \frac{2401}{2401 + 199} \approx 0.923$$

63. Բնակչության 0,5%-ը տառապում է ՁԻԱՀ-ով: ՁԻԱՀ վարակակրի դեպքում, թեստի ախտորոշումների սխալը 2% է (հիվանդին ասում է առողջ), իսկ ՁԻԱՀ ոչ վարակակրի դեպքում, ախտորոշումների սխալը 3% է (առողջին ասում է հիվանդ):

ա/ Գտնել պատահականորեն թեստավորված մարդուն ՁԻԱՀ վարակակիր ախտորոշելու հավանականությունը:

բ/ Գտնել այցելուի ՁԻԱՀ վարակակիր լինելու հավանականությունը, եթե թեստի արդյունքը դրական է:

Լուծում.

A={Թեստի արդյունքը դրական է},

B_1={ Այցելուն ՁԻԱՀ վարակակիր է }, B_2={ Այցելուն ՁԻԱՀ վարակակիր չէ }:

$P(B_1) = 0.005,\ P(B_2) = 0.995,$

$P(A / B_1) = 0.98, P(A / B_2) = 0.003:$

$$\Rightarrow P(A) = 0.035\ (3.5\%),\ P(B_1 / A) = \frac{0.005 * 0.98}{0.035} = 0.14 (14\%)$$

64. Առաջին հիվանդանոցում 100 պացիենտից (բուժառու) 80 ի մոտ հաստատվել է A տեսակի հիվանդություն, իսկ երկրորդում 160 պացիենտից 64 ի մոտ է հաստատվել A տեսակի հիվանդություն:

Յուրաքանչյուր հիվանդանոցից պատահական ընտրում են մեկական պացիենտ, այնուհետև այդ երկուսից էլ պատահական ընտրում են մեկին՝ երկրորդ անգամ նմուշառում կատարելու նպատակով: Գտնել հավանակությունը, որ վերջին ընտրվածը նախկինում ուներ A տեսակի հիվանդություն:

Լուծենք 2 տարբերակով.

1) A= {Վերջին ընտրվածը նախկինում ուներ A հիվանդություն}

B_1={Ընտրվածը I հիվանդանոցից էր}

B_2={Ընտրվածը II հիվանդանոցից էր}

$P(B_1)= P(B_2)=0.5$, $P(A/B_1)=80/100=0.8$, $P(A/B_2)=64/160=0.4$

$P(A)=0.5*0.8+0.5*0.4=0.6$:

2) A= {Վերջին ընտրվածը նախկինում ուներ A հիվանդություն}

B_1={A; A},

B_2={A; NA},

B_3={NA; A},

B_4={NA; NA},

որտեղ A-ն նշանակում է ունեցել է տվյալ հիվանդությունը, NA-ն՝ չի ունեցել, առաջին տեղում նշումը բնորոշում է առաջին հիվանդանոցը, իսկ երկրորդ տեղի նշումը՝ երկրորդ հիվանդանոցը:

$P(B_1)=0.8*0.4=0.32$, $P(B_2)=0.8*0.6=0.48$, $P(B_3)=0.2*0.4=0.08$, $P(B_4)=0.2*0.6=0.12$, $P(A/B_1)=1$, $P(A/B_2)= P(A/B_3)=0.5$, $P(A/B_4)=0$, հետևաբար $P(A)=0.6$:

65. Մոնտի Հոլի պարադոքս: Պատկերացրեք, որ խաղի մասնակից եք, որի ժամանակ պետք է ընտրել երեք դռներից մեկը: Դռներից մեկի հետևում գտնվում է ավտոմեքենա, իսկ մյուս երկուսի հետևում՝ այծեր: Դուք ընտրում եք դռներից մեկը, օրինակ, 1-ին դուռը, որից հետո հաղորդավարը, որը գիտի, թե որ դռան հետևում է գտնվում ավտոմեքենան, իսկ որտեղ են գտնվում այծերը, բացում է մնացած երկու դռներից մեկը, օրինակ, 3-րդ

դուռը, որի հետևում գտնվում է այծը: Դրանից հետո հաղորդավարը հարցնում է ձեզ՝ չե՞ք ցանկանա արդյոք փոխել ձեր ընտրությունը և ընտրել երկրորդ դուռը: Մեծանո՞ւմ են արդյոք ձեր շանսերը՝ հաղթելու ավտոմեքենա, եթե դուք ընդունեք հաղորդավարի առաջարկը և փոխեք ձեր որոշումը:

1) Ավտոմեքենան համահավասար կարող է գտնվել երեք դռներից յուրաքանչյուրի հետևում,
2) հաղորդավարը գիտի, թե որտեղ է գտնվում ավտոմեքենան,
3) հաղորդավարը ցանկացած պարագայում պետք է բացի այն դռներից մեկը, որտեղ գտնվում է այծը (սակայն, ոչ այն, որն ընտրել է մասնակիցը) և առաջարկի փոխել իր ընտրությունը,
4) եթե հաղորդավարն ունի ընտրություն, թե որ երկու դռներից մեկը բացի, նա ընտրում է երկուսից ցանկացածը՝ միևնույն հավանականությամբ:

Խնդիրը լուծենք Բայեսի բանաձևի օգնությամբ:

B_i={Մեքենան i-րդ դռան ետևում է}, i=1,2,3, այսինքն՝ $P(B_i)=1/3$:

Հիշենք, որ խաղացողը ընտրել է առաջին դուռը, իսկ հաղորդավարը բացել է երրորդը: Եթե այդ պատահույթը նշանակենք A-ով, ապա կստանանք

$P(A/B_1)=1/2$, $P(A/B_2)=1$, $P(A/B_3)=0$:

Կիրառելով լրիվ հավանականության և Բայեսի բանաձևերը՝ կստանանք

$P(A)=1/2$, $P(B_1/A)=1/3$, $P(B_2/A)=2/3$, $P(B_3/A)=0$:

Այսինքն՝ դռան փոխելը մեծացնում է շահելու հավանականությունը:

66. Մեկ կրակոցով թիրախը խոցելու հավանականությունը առաջին հրաձիգի համար 0.7 է, իսկ երկրորդի համար 0.8:

ա/ Գտնել հավանականությունը, որ մեկ համազարկի դեպքում երկուսն էլ կխոցեն թիրախը:

բ/ Գտնել հավանականությունը, որ մեկ համազարկի դեպքում թիրախը կխոցի հրաձիգներից միայն մեկը:

67. Երեք հրաձիգ կրակեցին և երկու գնդակ խոցեցին թիրախը: Գտնել հավանականությունը, որ երրորդ հրաձիգը խոցել է թիրախը, եթե թիրախին դիպչելու հավանականությունները առաջին, երկրորդ, երրորդ հրաձիգների համար համապատասխանաբար հավասար են 0.6-ի, 0.5-ի, 0.4-ի:

68. Չորս հրաձիգ կրակեցին և երեք գնդակ խոցեցին թիրախը: Գտնել հավանականությունը, որ երկրորդ հրաձիգը խոցել է թիրախը, եթե թիրախին դիպչելու հավանականությունները առաջին, երկրորդ, երրորդ, չորրորդ հրաձիգների համար համապատասխանաբար հավասար եմ 0.4-ի, 0.8-ի, 0.7-ի, 0.5-ի:

69. Ընտանիքում տղա կամ աղջիկ ծնվելու հավանակությունը 0.5 է: Բեռնուլիի բանաձևի օգնությամբ գտնել հավանականությունը, որ ընտանիքի 5 երեխաներից 2-ը տղա են, 3-ը՝ աղջիկ:

70. Նախորդ տարվա տվյալներով մենեջերի կայացրած որոշումների 90%-ը եղել են արդյունավետ: Մենեջերը պետք է կայացնի 5 որոշում: Բեռնուլիի բանաձևի օգնությամբ գտնել 4 հատ որոշման արդյունավետ լինելու հավանականությունը:

71. Հավանականությունը, որ հրաձիգը մեկ կրակոցով կդիպչի նշանակետին 0.2 է: Հրաձիգը կատարում է 10 կրակոց: Գտնել հավանականությունը, որ նա ա/ 3 անգամ կդիպչի նշանակետին, բ/ գոնե 1 անգամ կդիպչի նշանակետին:

72. AB հատվածը C կետով բաժանված է 3:2 հարաբերությամբ: Այդ հատվածի վրա պատահականորեն նետել են 5 կետ: Գտնել հավանականությունը նրանցից 3-ը կընկնեն AC հատվածի վրա, 2-ը՝ CB:

73. Թիրախն ունի շրջանի տեսք, որին ներգծած է կանոնավոր եռանկյուն: Գտնել հավանականությունը, որ պատահականորեն նետված 5 կետերից ոչ մեկը չի ընկնի եռանկյան մեջ:

74. Գտնել հավանականությունը, որ տրված R շառավղով շրջանի վրա պատահական նետված 5 կետերից 2-ը կընկնեն նրան ներգծած քառակուսի ներսում, մյուսները՝ քառուկուսուց դուրս:

75. Արկղում կան 2 սև, 3 սպիտակ և 5 կարմիր գնդիկներ: Արկղից 6 անգամ հանում են մեկական գնդիկ, նշում գույնը և վերադարձնում արկղ: Գտնել 3 հատ սև և 2 հատ սպիտակ գնդիկներ ստացվելու հավանականությունը:

76. Թիրախը կազմված է երեք փոխադարձ չհատվող I, II և III շերտերից: Մեկ փորձում հրաձիգի շերտերը խոցելու հավանականությունները համապատասխանաբար 0.5, 0.3 և 0.2 են: Հրաձիգը կատարելու է 7 կրակոց: Գտնել հավանականությունը, որ I շերտը կխոցվի երեք անգամ, իսկ II և III շերտերը՝ երկուական անգամ:

Պատահական մեծություն, բաշխման օրենք, թվային բնութագրիչներ

77. Հավանականությունը, որ ուսանողը կհանձնի քննությունը Ա և Բ առարկայից համապատասխանաբար 0.7 և 0.9 է: Կազմել ուսանողի հանձնած քննությունների քանակի բաշխման օրենքը:

78. Երկու հրաձիգներից մեկը դիպուկ կրակում է 0.7 հավանականությամբ, մյուսը՝ 0.8: Կառուցել հրաձիգների մեկ համազարկի դեպքում նշանակետին դիպած գնդակների քանակի բաշխման օրենքը:

79. Մեկ կրակոցով թիրախը խոցելու հավանականությունը 0.8 է և փոքրանում է 0.1-ով յուրաքանչյուր հաջորդ կրակոցի ժամանակ : Կազմել 3 կրակոցների դեպքում դիպուկ կրակոցների թվի՝ որպես պատահական մեծության բաշխման օրենքը: Գտնել այդ պատահական մեծության սպասելին (մաթեմատիկական սպասումը) և ցրվածքը (դիսպերսիան):

80. Խանութ մտան 4 հաճախորդ: Հավանականությունը, որ նրանցից յուրաքանչյուրը խանութից դուրս կգա գնումներ կատարած, հավասար է 0,4-ի: Կազմել գնումներ կատարած հաճախորդների քանակի բաշխման աղյուսակը:

81. Հայտնի է, որ տվյալ տարվա բուհերի շրջանավարտները 0.5 հավանականությամբ նույն տարին ընդունվում են աշխատանքի ըստ մասնագիտության: Կազմել 5 հարցվածներից ըստ մասնագիտության աշխատողների քանակի բաշխման աղյուսակը:

82. Կանոնավոր մետաղադրամը նետվում է 3 անգամ: Գտնել զինանշանի հանդես գալու թվի բաշխման օրենքը, սպասելին (մաթեմատիկական սպասումը) և ցրվածքը (դիսպերսիան):

83. X-ով նշանակված է խաղոսկրի նետման 10 անկախ փորձերի արդյունքում 3 կամ 6 բացվելու թիվը: Գտնել X-ի բաշխման օրենքը, սպասելին (մաթ.սպասումը) և ցրվածքը (դիսպերսիան):

84. Տրված է 2a կողմով քառակուսու արտագծված շրջանագիծ վրա պատահականորեն նետել են 2 կետ: Կազմել քառակուսու վրա ընկած կետերի քանակի բաշխման օրենքը:

85. Սափորում առկա են 60 սև և 40 սպիտակ գնդիկներ: Սափորից պատահականորեն հանում են մեկ գնդիկ, գրացում գույնը և վերադարձնում սափոր: Այնուհետև նորից պատահականորեն հանում մեկը և այդպես 10 անգամ: Դիցուք *X*-ը սև գնդիկների քանակն է 10 անկախ փորձերում: Կազմել *X*-ի բաշխման օրենքը, գտնել սպասելին և ցրվածքը:

$$X \to Bin(n,p),\ n=10, p=\frac{60}{100}=0.6,\ q=1-p=0.4:$$

$$P_n(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k},\ k=0,1,...10,\ E(X)=np,\ V(X)=npq:$$

Դիցուք *f*-ը սև գնդիկների հարաբերական հաճախությունն է 10 փորձերում: Այդ դեպքում՝

$$f=\frac{X}{n},\ E(f)=p,\ V(f)=\frac{pq}{n}$$

86.

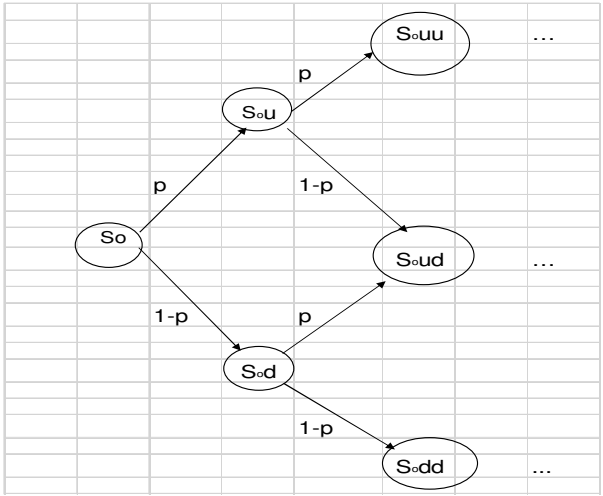
$$X \to B(n;p)$$

$$P_n(X=k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

Ժամանակի t_0 պահին բաժնետոմսի գինը 50 դ.մ է: t_1 պահին բաժնետոմսի գինը 0.5 հավանականությամբ կարող է ավելանալ 10%-ով կամ 0.5 հավանականությամբ պակասել նույնքան տոկոսով և այդպես շարունակ: Գտնել ժամանակի t_2 պահին X պատահական մեծության՝ բաժնետոմսի գնի բաշխման օրենքը, սպասելին (մաթ. սպասումը) և ցրվածքը (դիսպերսիան):

Լուծում: Նշանակենք p=0.5 ավելանալու հավանականությունը, u=1.1՝10 %-ով ավելացումը և d=0.9՝ 10 %-ով նվազումը:

Դիցուք *X*-ը բաժնետոմսի գինն է t_2 պահին:



	S0 d d	S0 u d	S0 u u
X	40.5	49.5	60.5
P	0.25	0.5	0.25
E(X)	50		
X^2	1640.25	2450.25	3660.25
P	0.25	0.5	0.25
E(X^2)	2550.25		
V(X)	50.25		
sigma	7.09		

87.

$$X \to B(n;p)$$
$$P_n(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

Ժամանակի t_0 պահին բաժնետոմսի գինը 60 դ.մ է: t_1 պահին բաժնետոմսի գինը 0.6 հավանականությամբ կարող է ավելանալ 20 %-ով կամ 0.4 հավանականությամբ պակասել 15 տոկոսով և այդպես շարունակ: Գտնել ժամանակի t_3 պահին X պատահական մեծության՝ բաժնետոմսի գնի բաշխման օրենքը, սպասելին (մաթ. սպասումը) և ցրվածքը (դիսպերսիան):

88. Սափորում առկա են 60 սև և 40 սպիտակ գնդիկներ: Սափորից 10 անգամ պատահականորեն անդարձ հանում են մեկ գնդիկ : Դիցուք *X*-ը սպիտակ գնդիկների քանակն է 10 փորձերում: Կազմել *X*-ի բաշխման օրենքը, գտնել սպասելին և ցրվածքը:

$$X \to Hyp(N,K,n),\ N=100,\ K=40,\ n=10,\ p=\frac{K}{N}=\frac{40}{100}=0.4,\ q=1-p=0.6:$$

$$P(X=k)=\frac{C_{Np}^k C_{N-Np}^{n-k}}{C_N^n},\ k=0,1,...10,\ E(X)=np,\ V(X)=npq\frac{N-n}{N-1}:$$

Դիցուք f-ը սպիտակ գնդիկների հարաբերական հաճախությունն է 10 փորձերում: Այդ դեպքում՝

$$f=\frac{X}{n},\ E(f)=p,\ V(f)=\frac{pq}{n}\frac{N-n}{N-1}:$$

Նույն պահանջի դեպքում, ի՞նչ կփոխվի k-ի արժեքների մեջ, եթե անդարձ հանվի 62 գնդիկ:

89. *(Hyp)* Գործարարն ունի երկու ընկերությունների 7 հատ բաժնետոմս (չորսը՝ առաջին ընկերության, երեքը՝ երկրորդ ընկերության): Տվյալ օրը բոլոր բաժնետոմսերի գները նույն են: Գործարարը պատահականորեն վերցնում է 4 բաժնետոմս, որոնք վաճառքի պետք է դրվեն հաջորդ օրը: Գտնել գործարարի շահույթ ստանալու հավանականությունը, եթե հաջորդ օրը առաջին ընկերության բաժնետոմսերի գինը բարձրանա 10%-ով, իսկ երկրորդ ընկերության բաժնետոմսերի գինը իջնի 20%-ով:

90. Զառը նետվում է մինչև 6-ի հայտնվելը: Գտնել նետված զառերի թվի բաշխման օրենքը, մաթեմատիկական սպասելին ու ցրվածքը:

91. Հրաձիգի թիրախը խոցելու հավանականությունը 0.8 է: Հրաձիգը կրակում է մինչև առաջին վրիպումը: Գտնել նրա կրակած փամփուշտների թվի բաշխման օրենքը:

92. Յուրաքանչյուր րոպե բաժնետոմսի գնի վերաբերյալ միջինում ստացվում է 10 հաղորդագրություն (Պուասոնի բաշխում):

ա/ Գտնել հաջորդ րոպեին 8 հաղորդագրություն ստանալու հավանականությունը:

բ/ Գտնել հաջորդ երկու րոպեների ընթացքում 16 հաղորդագրություն ստանալու հավանականությունը:

93. Երկուշաբթի առավոտյան 8 րոպեի ընթացքում բանկի հաճախորդների միջին թիվը 3.2 է: Գտնել հավանականությունը, որ 4 րոպեի ընթացքում բանկը կունենա 1-ից ավել և 4-ից պակաս հաճախորդ (Պուասոնի բաշխում):

94. Խանութը ստացել է <<Ջերմուկ>> հանքային ջրի 1000 շիշ: Տեղափոխման ժամանակ 22ի ջարդվելու հավանականությունը 0.003: Գտնել երկուսից ավել ջարդված շիշ ստանալու հավանականությունը:

95. Վիճակախաղի տոմսերի 40%-ը շահող են: Գտնել X պատահական մեծության՝ շահած գումարի բաշխման օրենքը, 2 տոմս 1000 դրամով գնելու դեպքում, եթե մեկ տոմսի շահումը 10000 դրամ է:

96. Վիճակախաղի տոմսերի 20%-ը կարող են շահել 10000-ական դրամ, 30%-ը՝ 5000-ական դրամ: Գտնել X պատահական մեծության՝ շահած գումարի բաշխման օրենքը և մաթեմատիկական սպասումը, 2 տոմս 2000 դրամով գնելու դեպքում:

97. Վիճակախաղով խաղարկվում է 1 ավտոմեքենա 5000$ արժեքով, 4 հեռուստացույց 250$ արժեքով, 5 համակարգիչ 200$ արժեքով: Խաղարկվող տոսմերը 1000 են, մեկ տոմսի արժեքը 7$: Կազմել 1 տոմս գնողի շահույթը նկարագրող պատահական մեծության բաշխման օրենքը:

98. Վիճակախաղի տոմսերի 10%-ը կարող են շահել 8000-ական դրամ, 20%-ը՝ 3000-ական դրամ: Գտնել շահույթը նկարագրող պատահական մեծության բաշխման օրենքը 2 տոմս 2000 դրամով գնելու դեպքում:

99. Տրված է ընտանիքների համախմբի բաշխումը՝ ըստ երեխաների թվի: Գտնել երեխաների թվի էմպիրիկ բաշխումը: Հաշվել սպասելին և ցրվածքը: Ցույց տալ, որ երեխաների թվի սպասելին հավասար է նրանց թվի միջին թվաբանականին:

Երեխաների քանակը	Ընտանիքների քանակը
0	5
1	10
2	20
3	15
4	5
5	3

100. Տրված է ξ պատահական մեծության բաշխման օրենքը.

ξ	x_1	x_2
P	0.2	P_2

ինչպես նաև հայտնի է, որ $M\xi=2.6$ ($E\xi=2.6$), $D\xi=0,64$ ($V\xi=0.64$) և $x_1<x_2$: Գտնել P_2-ը, x_1-ը, x_2 -ը:

101. Տրված է ξ պատահական մեծության բաշխման օրենքը.

ξ	1	2	3
P	P_1	P_2	P_3

ինչպես նաև հայտնի է, որ $M\xi=2.3$, $M\xi^2=5.9$:

Գտնել P_1,P_2, P_3 հավանականությունները:

102. Ներդրում կատարողը դիտարկում է պատահական արդյունավետությամբ չորս հնարավոր տարբերակ, որոնք նկարագրվում են պատահական մեծությունների բաշխումներով: Ըստ Պարետոյի որո՞նք են օպտիմալ:

X_1	2	4	5	8
P	1/6	1/6	1/2	1/6

X_2	2	3	4	12
P	1/2	1/6	1/6	1/6

X_3	3	5	8	10
P	1/6	1/6	1/2	1/6

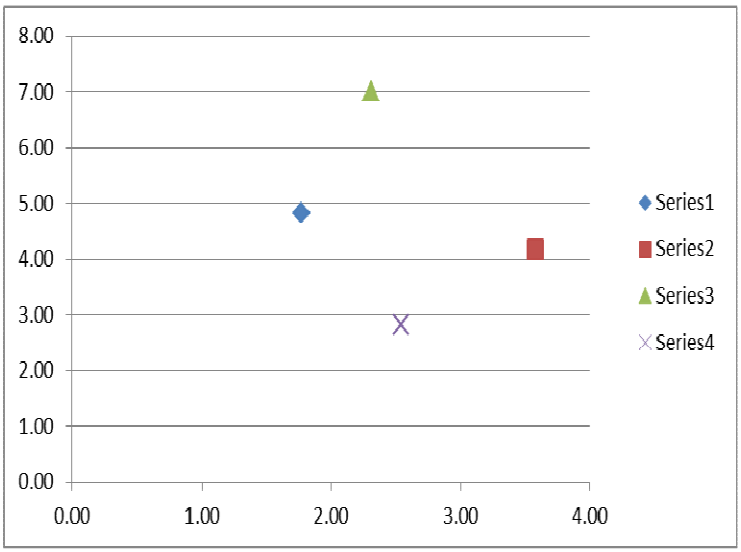
X_4	1	2	4	8
P	1/2	1/6	1/6	1/6

:

Լուծում: Կասենք, որ i-րդ տարբերակը դոմինանտ (իշխող) է j-րդի նկատմամբ, եթե

$$\begin{cases} E(X_i) > E(X_j), \\ \sigma_i \le \sigma_j \end{cases} \quad or \quad \begin{cases} E(X_i) \ge E(X_j), \\ \sigma_i < \sigma_j \end{cases}$$

E_1	4.83
V_1	3.14
σ_1	1.77
E_2	4.17
V_2	12.81
σ_2	3.58
E_3	7.00
V_3	5.33
σ_3	2.31
E_4	2.83
V_4	6.47
σ_4	2.54



Այսինքն՝ առաջինն ու երրորդը իրար նկատմամբ իշխող չեն, և երկուսն էլ իշխում են մյուս երկուսին: Հետևաբար, ըստ Պարետոյի, առաջինն ու երրորդը օպտիմալ են, և պետք է բացառել ներդրումները երկրորդում և չորրորդում: Երրորդն առաջինի նկատմամբ ռիսկային (տես. ստանդարտ շեղումները) է, բայց առաջարկում է ավելի մեծ շահույթ (տես. սպասելիները):

103. Տրված է X պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ Ax^3, & 0 < x \le 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Գտնել A գործակիցը: Հաշվել $P(X \ge 0.6)$ հավանականությունը:

104. Տրված է X պատահական մեծության բաշխման խտությունը.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ Ax^2, & 0 < x \le 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

Գտնել A գործակիցը: Հաշվել $P(-1 < X < 0.6)$ հավանականությունը:

105. Հայտնի է անընդհատ ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան՝

$$F_{\zeta}(x) = \begin{cases} 0; \ x \le 0, \\ x/4; \ 0 < x \le 4, \\ 1; \ x > 4 \end{cases}$$

Գտնել ա/ $f_{\xi}(x)$-ը, բ/ $M\xi$-ն, գ/ $P(2<\xi<3)$-ը:

106. Հայտնի է անընդհատ ξ պատահական մեծության բաշխման ֆունկցիան՝

$$F_{\zeta}(x) = \begin{cases} 0; \ x \le a, \\ 1 - \dfrac{a^3}{x^3}; \ x > a > 0 \end{cases}$$

ա/ Կառուցել $f_{\xi}(x)$-ի և $F_{\xi}(x)$- ի գրաֆիկները;

բ/ գտնել $M\xi$-ն և $D\xi$-ն:

107. Հայտնի է անընդհատ ξ պատահական մեծության խտության ֆունկցիան՝

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} c(x^2 + 2x - 3), x \in [0,1] \\ 0, x \notin [0,1] \end{cases}$$

Գտնել ա/ c-ն, բ/ $M\xi$-ն, գ/$D\xi$-ն.

108. Հայտնի է անընդհատ X պատահական մեծության խտության ֆունկցիան՝

$$f_X(x) = \begin{cases} -\dfrac{3}{4}x^2 + \dfrac{9}{2}x - 6, \ x \in [2;4] \\ 0, x \notin [2;4] \end{cases}$$

Գտնել մոդն (*Mo*) ու մեդիանը (*Me*): *Ցուցում՝ անջատել լրիվ քառակուսի և կառուցել գրաֆիկը:*

109. Հայտնի է անընդհատ X պատահական մեծության խտության ֆունկցիան՝

$$f_X(x) = \begin{cases} -\dfrac{3}{4}x^2 + 6x - \dfrac{45}{4}, \ x \in [3;5] \\ 0, x \notin [3;5] \end{cases}$$

Գտնել մոդն (*Mo*) ու մեդիանը (*Me*):

110. Հայտնի է անընդհատ ξ պատահական մեծության խտության ֆունկցիան՝

$$f_{\xi}(x)=\begin{cases} c\sin 3x, x\in\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right] \\ 0, \qquad x\notin\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right] \end{cases}$$

Գտնել ա/ c-ն, բ/ Mξ-ն, գ/Dξ-ն, դ/ $F_{\xi}(x)$-ը:

111. Հայտնի է անընդհատ X պատահական մեծության խտության ֆունկցիան՝

$$f_X(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}, x\in(-1;1) \\ 0, \qquad x\notin(-1;1) \end{cases}$$

Կառուցել գրաֆիկը, գտնել մեդիանը (*Me*) և սպասելին (մաթսպասում) :

Գտնել բաշխման ֆունկցիան և կառուցել նրա գրաֆիկը:

112. Գտնել (-2; 6) միջակայքում հավասարաչափ բաշխված պատահական մեծության խտության և բաշխման ֆունկցիաները, ինչպես նաև մաթ. սպասումն ու դիսպերսիան:

113. Օրվա ընթացքում կազմակերպության ինտերնետ կապի խափանման ժամանակը 0 րոպեից 10 րոպե միջակայքում հավասարաչափ բաշխված պատահական մեծություն է: Գտնել հերթական խափանման ժամանակի 6-ից 9 րոպե տևելու հավանականությունը:

114. Հայտնի է անընդհատ ξ պատահական մեծության խտության ֆունկցիան՝

$$f_{\xi}(x)=\begin{cases} 0, \qquad x\le 0 \\ 2e^{-2x}, x>0 \end{cases}$$

Գտնել ա/ $F_{\xi}(x)$-ը , բ/ Mξ-ն, գ/Dξ-ն:

Հեռախոսով ապրանքի զովազդման ժամանակն ունի ցուցչային բաշխում և միջինում 3 րոպե է: Գտնել հավանականությունը, որ հերթական հեռախոսազրույցը կտևի 4.5 րոպեից ավել:

Լուծում. X -զովազդման ժամանակը

$$E(X) = M(X) = \frac{1}{\lambda};\ \frac{1}{\lambda} = 3 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{3},$$

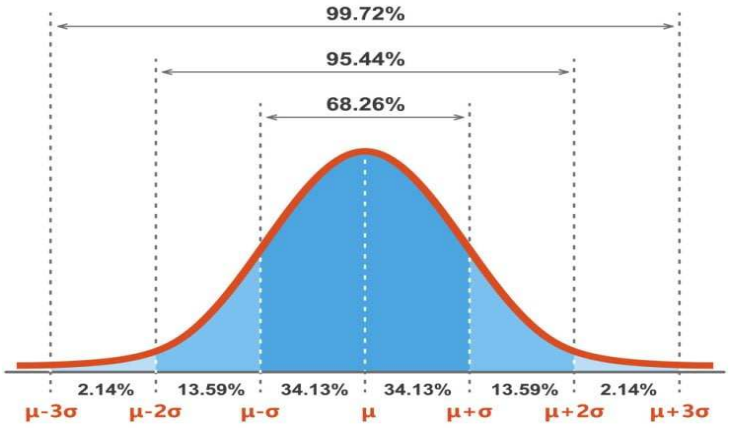
$$F_X(x) = P(X < x) = 1 - e^{-\lambda x};\ \ x > 0,$$

$$P(X > 4.5) = 1 - P(X \le 4.5) = e^{-\frac{4.5}{3}} = e^{-1.5} \approx 0.223:$$

115.

$$X \to N(\mu;\sigma)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$



Օրվա ընթացքում բաժնետոմսի գնի բաշխման օրենքը նորմալ է՝ N(15;1,1):

ա/ Գտնել օրվա ընթացքում գնված բաժնետոմսի գնի 16-ից մեծ լինելու հավանականությունը:

բ/ Գտնել օրվա ընթացքում գնված բաժնետոմսի գնի 17-ից մեծ և 20-ից փոքր լինելու հավանականությունը:

116. (X,Y) դիսկրետ պատահական վեկտորը տրված է հետևյալ բաշխման աղյուսակով՝

X \ Y	-1	2
0	0.2	0.3
1	0.2	a

ա) Գտնել a-ն:

բ) Գտնել պատահական մեծությունների լուսանցքային (մարգինալ) բաշխման աղյուսակները:

գ) Պարզել X և Yպատահական մեծությունների անկախությունը:

դ) Գտնել Y բաղադրիչի պայմանական բաշխումը, ըստ X=0 արժեքի:

117. (X,Y) դիսկրետ պատահական վեկտորը տրված է հետևյալ բաշխման աղյուսակով՝

X \ Y	1	2	3
-1	0.01	0.02	0.05
0	0.02	0.03	0.04
1	0.01	0.04	0.05
2	0.06	0.05	a

ա) Գտնել a-ն և պարզել X և Y պատահական մեծությունների անկախությունը:

բ) Գտնել պատահական մեծությունների լուսանցքային (մարգինալ) բաշխման աղյուսակները և P(X>0, Y=2):

դ) Գտնել Y պատահական մեծության ըստ X-ի պայմանական մաթսպասման (սպասելիի) M(Y/X)=E(Y/X) բաշխման օրենքը:

118. (X, Y) ընդհատ պատահական վեկտորն ունի հետևյալ բաշխման օրենքը՝

X \ Y	-2	-1	0
-1	0,1	0,05	0.3
0	0,2	a	0,05
1	0,2	0	0.05

ա) Գտնել a –ն:

բ) Գտնել X և Y պատահական մեծությունների բաշխման աղյուսակները:

գ) Գտնել $P(X=0;\ Y=-2)$, $P(X=-1;\ Y<0)$, $P(X=-1\,|\,Y=-2)$:

դ) Հաշվել $E(2X+9Y)$ և $D(Y+17)$:

ե) Հաշվել X և Y պատահական մեծությունների կորելիացիայի գործակիցը:

զ) Անկա՞խ են արդյոք X և Y պատահական մեծությունները:

119. Տրված է (X,Y) անընդհատ պատահական վեկտորի խտության (դիֆերենցիալ) ֆունկցիան.

$$f(x,y)=\begin{cases} cxy^2, 0<x<y<1 \\ 0, \quad otherwise \end{cases}:$$

Գտնել c-ն:

Լուծում.

$$1=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy=\int_0^1\int_0^y cxy^2dxdy=\int_0^1 cy^2\left(\int_0^y xdx\right)dy$$

$$=\frac{c}{2}\int_0^1 y^4dy=\frac{c}{10}\Rightarrow c=10:$$

120. Տրված է (X,Y) անընդհատ պատահական վեկտորի խտության (դիֆերենցիալ) ֆունկցիան.

$$f(x,y)=\begin{cases} cxye^{-x^2-y^2}, x\ge 0\ \&\ y\ge 0 \\ 0, \qquad x<0\vee y<0 \end{cases}:$$

1) Գտնել c հաստատունը;
2) X և Y բաղադրիչների բաշխման և խտության ֆունկցիաները;
3) X և Y բաղադրիչների սպասելիները (մաթ. սպասումները):

121. Տրված է (X,Y) անընդհատ պատահական վեկտորի խտության

(դիֆերենցիալ) ֆունկցիան.

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{6}{5}\left(x^2+2xy\right), & 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\\ 0, & otherwise\end{cases}:$$

Գտնել $P(X\le Y)$-ը:

Լուծում.

$$A=(X\le Y)$$

$$P(A)=\iint\limits_A f(x,y)dxdy=\int_0^1\left[\int_0^y\frac{6}{5}\left(x^2+2xy\right)dx\right]dy$$

$$=\frac{6}{5}\int_0^1\left(\frac{x^3}{3}+x^2y\right)\Bigg|_{x=0}^{x=y}dy=\frac{6}{5}\int_0^1\frac{4}{3}y^3dy=\frac{2}{5}:$$

122. Տրված է (X,Y) անընդհատ պատահական վեկտորի բաշխման (ինտեգրալ) ֆունկցիան.

$$F(x,y)=\left(\frac{1}{\pi}arctg\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{\pi}arctg\frac{y}{3}+\frac{1}{2}\right),\ x\in R,\ y\in R:$$

Գտնել

1) բաղադրիչների բաշխման $F_1(x)$ և $F_2(y)$ ինտեգրալ ֆունկցիաները;

2) $P(0\le X<2, 0\le Y<3)$ հավանականությունը:

123. Տրված է (X,Y) անընդհատ պատահական վեկտորի խտության (դիֆերենցիալ) ֆունկցիան.

$$f(x,y)=\begin{cases}0, & x^2+y^2>1\\ \frac{1}{\pi}, & x^2+y^2\le 1\end{cases}:$$

Գտնել բաղադրիչների պայմանական $f_Y(y/x)$ և $f_X(x/y)$ դիֆերենցիալ ֆունկցիաները: